數學傳播 48卷3期, pp. 3-19

有朋自遠方來——專訪 Andrei Okounkov 教授

策　劃：劉太平
訪　問：李元斌、丘有納
Ionut Ciocan-Fontanine、
韓善瑜 Adeel Khan、曾祥華
時　間：民國 112 年 12 月 28 日
地　點：中央研究院數學研究所
整　理：編輯室

Andrei Yuryevich Okounkov 教授 1969 年 7 月 26 日出生於莫斯科, 致力於表現理論及其在廣泛數學領域的應用, 包括代數幾何、數學物理、機率論和特殊函数。他目前是哥倫比亞大學的教授, 也是中央研究院數學研究所的學術顧問。他於 2004 年獲頒歐洲數學會獎 (EMS Prize)。2006 年, 他因 "對聯繫機率論、表現理論和代數幾何所做的貢獻" 而獲頒菲爾茲獎。

李元斌 (以下簡稱「李」): 首先, Andrei, 非常感謝你同意接受《數學傳播》的訪談。就我所知,《數學傳播》是臺灣唯一的大衆數學雜誌。我高中時讀過這本雜誌, 當時它提供一些可以解決的數學難題, 我不知道現在是否還是如此。

曾祥華 (以下簡稱「曾」): 實際上, 我讀高中時, 曾在數學傳播上發表過一篇文章。

丘有納 Ionut Ciocan-Fontanine (以下簡稱「丘」): 俄羅斯也有類似的刊物, 對吧?

Andrei Okounkov (以下簡稱「O」): 是的, 高中生有很多資源, 例如著名的 Kvant。就我自己而言, 我最喜歡「Kvant library」[1] 這些書以俄羅斯風格寫成: 非常簡短, 直截了當。我開始

[1] "Kvant" 是著名的俄羅斯數學雜誌, 專門爲高中生提供數學知識。這本雜誌 1970 年創刊, 發行至 1992 年。參見 https://math.ru/lib/ser/bmkvant 或 Kvant Journal:Журнал Квант: Free Download, Borrow, and Streaming: Internet Archive。

懂事時, 紙張很珍貴; 俄羅斯幾乎沒有森林。對研究的論文來說, 這真的很糟糕。那個時期的許多經典論文只有幾頁長, 讀起來就像費解難懂的電報。但這些極其緊湊的書, 簡約而美妙。這些 Kvant 書籍堪稱寶石。

丘: 另外還有一個名爲 Matematicheskaya Skolastika (Математическая Схоластика) 的刊物或類似的東西?

O: 我不知道。我不認爲任何一本曾被翻譯成英文。

丘: 不, 不, 不, 它們是用俄文寫的, 所以我必須找人爲我翻譯問題。

O: 這系列的書可能出版了一百多本。我不知道爲什麼沒有人想到要翻譯它們。我的意思是, 聖彼得堡國際數學家大會 (2022國際數學家大會 (ICM) 於 2022 年 7 月 6 日至 14 日在俄羅斯的聖彼得堡召開) 有這樣的計劃, 但是 ... 。

韓善瑜 Adeel Khan (以下簡稱「韓」): 那麼, 你小時候是怎麼對數學產生興趣的? 某種程度上是透過這類雜誌嗎?

O: 嗯, 我小時候並沒有那麼專注於數學, 而且在做數學之前, 我有過不同的經歷。

曾: 噢, 請告訴我們。我知道你從軍過, 但是 ... 。

O: 是的, 我曾經是經濟系的學生, 兩年後不得不去軍隊服役。大多數服完兵役的人都想從數學轉到經濟學; 在那年頭, 可能唯獨我反其道而行。學校當局對此強力支援。客觀地說, 經濟學系已經有很多數學了。俄羅斯有非常成熟的經濟思想流派, 有很多非常有趣的人在那裡工作。但就科學自由而言, 使用數學模型較爲自在 ... 。有個笑話: 歷史的中心問題是「什麼時候?」, 地理學的中心問題是「在哪裡?」, 經濟學的核心問題是「在哪一卷, 在哪一頁?」[笑聲]
經濟學系有三個部分: 政治經濟學、計劃經濟學和數理經濟學。我未來的妻子和我都屬於後者。

韓: 什麼導致你轉而去了數學系?

O: 嗯, 我不知道, 我想我比較喜歡數學。

丘: 有無任何特定的人物, 任何特定的人, 與你有過互動?

O: 在俄羅斯的組織結構中, 一個系所由不同的教研室組成。教研室不是一個人, 而是幾個人, 其實有許多人。因此, 在我們的數理經濟學系, 教研室裡許多教授都與數學系有著非常緊密的聯繫。我轉去做數學時, 選擇表現理論作爲我的專業領域, A. A. Kirillov[2] 成爲我的指

[2]Alexandre Aleksandrovich Kirillov (1936∼), 俄羅斯數學家, 任教於美國賓州大學, 對表現理論、拓樸群和李群領域有重大貢獻。他將軌道方法引入表現理論, 用以研究無窮維李群的表現方法。

導教授。雖然這個選擇是基於我自己的興趣和我自己對數學的品味而做出的, 但這抉擇並不難做, 因爲 Kirillov 的夫人 Louisa 任教於數理經濟學的教研室, Kirillov 先前的學生 I. A. Kostrikin 亦然。我和 I. A. Kostrikin 一起上了很多課, 共同參與許多活動。順帶一提, I. A. Kostrikin 的父親是 A. I. Kostrikin[3], 他以 Burnside 問題而聞名。我們還有 A. V. Kochergin[4] 和 V. F. Pakhomov[5], 他們分別具有動力系統和超對稱方面的背景, 都深遠地擴展了我的數學和其他視野。

李: 接續 Adeel 的問題。你是如何決定在這個領域做研究, 並且跟隨 Kirillov?

O: 我在 1989 年成爲數學系的學生。那時俄羅斯數學的黃金時代已經結束了, 幾乎所有人都離開了。但是仍然有一些很好的研討會: 有 Arnold[6] 的研討會、Sinai[7] 的研討會、Vinberg[8] 的研討會、Kirillov 的研討會。Vinberg 一直在那裡。我參加了所有這些研討會。有個 Gelfand[9] 不出席的 Gelfand 研討會 — A. N. Rudakov[10] 負責主持。

丘: 他們當時只做導出範疇 (derived category)? [笑聲]

O: 我未曾參加初期的 Gelfand 研討會。但據我了解, 它可能有兩個重要的成分: 其一是對各種數學的某種無限的好奇心, 另一則是一種有趣的人類學現象。Rudakov 也許是歷來最和藹可親的人, 他處理好奇心的方式與 Gelfand 起初的方式正好相反。他會非常有禮貌地試圖找出真相, 而不是以嚴厲的方式從演講者那裡挖掘事實。我喜歡所有的研討會, 但 Kirillov 的研討會似乎最有趣。Kirillov 真是一個有趣的人。

韓: 與其說是數學, 不如說是性格所致?

O: 領域方面也是。我在經濟學系時, 一直很喜歡矩陣。[笑聲]。事實上, 當我終於和 G. Strang[11] 碰面時, 我試圖向他講這個故事。Strang 的《*Linear Algebra*》[12] 是一本我非常喜歡的書, 我記得有一句話是這樣說的:「矩陣的交換子在量子力學中起著重要作用」。他談到了矩陣乘法是非交換的, 因此這當然是一個相關的評論。我對這句話很好奇, 但書上沒有進一步說

---

[3] Alexei Ivanovich Kostrikin (1929∼2000), 俄羅斯數學家, 研究代數及代數幾何, 1950 年代專精質數指數群的 Burnside 問題。

[4] Andrey Vasilyevich Kochergin, 俄羅斯數學家, 任教於莫斯科國立大學, 研究動力系統、遍歷性、混合性、動力系統的光譜特性、共循環。

[5] Valery Fedorovich Pakhomov (1945∼2023), 俄羅斯數學家, 早年研究超弦理論。

[6] Vladimir Arnold (1937∼2010), 生於烏克蘭的俄羅斯數學家, 因他在動力系統、可積系統、微分方程和奇點理論方面的工作獲頒沃爾夫獎。

[7] Yakov Grigorevich Sinai (1935∼), 俄羅斯數學家, 以動力系統方面的工作而聞名。2014 年因他對動力系統、遍歷理論和數學物理的基礎貢獻而獲頒阿貝爾獎。

[8] Ernest Borisovich Vinberg (1937∼2020), 俄羅斯數學家, 研究李群、李群的離散子群、反射群、齊次空間、辛幾何、不變量理論、表現理論、代數幾何、自守形式。

[9] Israil Gelfand (1913∼2009), 出生於烏克蘭的數學家, 1989 年移居美國, 在群論、表現理論及泛函分析等諸多領域做出重要貢獻。

[10] Aleksei Nikolaevich Rudakov (1947∼), 俄羅斯數學家, 研究李代數、代數幾何。

[11] Gilbert Strang (1934∼), 美國數學家, 任教於麻省理工學院, 研究有限元理論、小波分析等。

[12] Gilbert Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, Wellesley-Cambridge Press; 5th edition (August 11, 2016).

什麼。最終我找到了 Kostrikin 和 Manin[13] 的《*Linear Algebra and Geometry*》[14], 這是一本很了不起的書, 可以說是關於線性代數的書 [笑聲]。一位作者就是我先前提到的 A. I. Kostrikin 。這本書有中譯本嗎?

曾: 我不知道。我不知道他們寫過這樣的書。

O: 但是那本線性代數的書, 如果我沒記錯, 討論了凝聚層 (coherent sheaf) 的歐拉示性數。[笑聲]。

李: 在臺灣, 大學或大學以上數學教科書都是用英文寫的。

O: 原來如此。你用的是哪本線性代數書?

曾: 我選修的那門課的教科書是 Larry Smith 寫的《*Linear Algebra*》[15]。

O: 講到微積分, Zorich[16] 的書[17]令人驚歎。我不知道你們是否認識 Zorich, 但在中國每個人都認識他。感傷的是, 他甫辭世。我曾當過他的助教。他真是個好人, 非比尋常。如你所知, 他的兒子 Anton Zorich[18]是一位數學家。他的女兒嫁給了 Khesin[19]。我對這個家庭中的許多人略有了解, 他們都是無與倫比的好人。Zorich 寫的書讓人讚嘆, 有兩卷。但講到線性代數, 我忘記了我們使用哪本教科書。在經濟學, 線性代數是重要的東西。我在圖書館偶然發現的 Strang 的書, 是我喜歡的第一本線性代數書。

丘: 順便一提, 你知道 Kostrikin 和 Manin 討論了凝聚層的歐拉示性數; 這並不讓人訝異; 我的意思是, Beilinson[20] 的論文討論了線性代數的問題。[笑聲]。

O: 他們本來可以做導出範疇 (derived category) 的, 確切來說。[笑聲]。

韓: 你提到了 Gelfand 研討會。我正在閱讀 Beilinson 在 arXiv 上的文章[21], 文中回憶了這個研討會, 並談到它對幾代俄羅斯數學家的影響。我很好奇; 因爲你似乎在初期的 Gelfand

---

[13]Yuri Ivanovich Manin (1937∼2023), 俄羅斯數學家, 1992 年至 2005 年擔任 Max Planck 數學研究所所長, 在數論和算術幾何、非交換幾何、代數幾何和數學物理方面貢獻卓著。他也撰寫數理邏輯、計算和理論物理方面的文章。

[14]P. K. Suetin, A. I. Kostrikin and Y. I. Manin, *Linear Algebra and Geometry*, CRC Press; 1st edition (July 14, 1989).

[15]Larry Smith, *Linear Algebra* (Undergraduate Text in Mathematics), Springer; 3rd edition (May 28, 1998).

[16]Vladimir Antonovich Zorin (1937∼2023), 俄羅斯數學家, 研究分析、共形幾何、擬共形映射及熱力學。

[17]Vladimir Antonovich Zorin, Mathematical Analysis I (Universitext), Springer; 2nd ed. 2015 edition (March 11, 2016).

[18]Anton V. Zorich (1962∼), 俄羅斯數學家, 任教於法國第七大學, 多在動力系統、幾何學和拓樸學等領域的接壤處進行研究, 常與 Alex Eskin 及 Maxim Kontsevich 合作。

[19]Boris Aronovich Khesin (1964∼), 出生於俄國的加拿大數學家, 任教於多倫多大學, 研究無限維李群、Poisson 幾何和流體動力學。

[20]Alexander A. Beilinson (1957∼), 或稱 Sasha Beilinson, 出生於俄羅斯的數學家, 任教於芝加哥大學, 研究代數幾何, 對代數圈、自守形式、L 函數、代數 K 理論、霍奇理論、motive、motive 上同調的研究做出重大貢獻。

[21]Alexander Beilinson, M. Gelfand's mathematical seminar of 1970s-1980s. *Notices of the American Mathematical Society*, **63** (3) (2016), 295-298 (arXiv:1505.00710).

研討會之後才開始參與, 但是否你也自覺受到了 Gelfand 及 Manin 遺澤的影響?

O: 我肯定受到 V. I. Arnold、Y. G. Sinai、A. A. Kirillov, E. B. Vinberg 的影響, 當然還有 G. I. Olshanski[22]。Kirillov 不在時, Olshanski 主持他的研討會。在校期間, 我與 Olshanski 有頻繁許多的互動。後來, 另一個對我有重大影響的研討會, 是 Dobrushin[23]研討會。但那是在校外舉辦的。我在校時期 Yuri Ivanovich [Manin] 並不常在莫斯科。某個學期, Sasha [Beilinson] 和 Boris Feigin[24]舉辦一個關於共形場論 (conformal field theory) 的研討會, 十分有趣。

但一般來說, 留在那裡的人不很多。我完成學士學位時, 情況非常糟糕, 以至於毫無必要進研究所。在經濟崩潰之前, 正常的從業路徑是去就讀全日制的研究生課程, 期間得到十分適度的獎學金支援。然而, 1993 年後, 獎學金的支付出現了很大的問題, 而且沒有人真正在督導學生。因此, Olshanski 建議我考慮以函授方式進入某種研究所, 從而去 Dobrushin 的研究所工作, 擔任研究助理。基本上我已經寫了一些可以被認爲是論文的東西。正如我們討論過的, 俄羅斯的期刊和書籍強烈偏愛簡潔, 很難發佈任何超過兩頁的內容。由於我正好解決了某個問題, 所以我在《*Functional Analysis and its Applications*》中佔了 10 頁, 這幾乎就像一整卷《數學年鑑》。[笑聲]。

曾: 我其實有點好奇。當時俄羅斯與西方國家已有接觸, 是否有人投稿到西方期刊? 我認爲當時並無頁數限制。

O: 是的, 但當時電子郵件仍然是非常奇異的舶來品。你必須去某個地方發送電子郵件。

曾: 對。必須蓋上郵戳才能發送。

O: 普通郵件不怎麼受用。俄羅斯有許多來自國外的訪客; 如果你想和某人交流, 你會把文件交給訪客, 而後他們會從國外郵寄文件。

李: 93 年左右?

O: 是的, 大約 93 年。我到莫斯科國立大學時, 經濟系有一台大型機器, 它的總磁碟記憶體大約有 40 MB。每個人都會被分配一些千位元組的個人儲存空間。稍後我們有了一台德國製造的機器, 名爲 Robotron, 它大約有 48k 的 RAM; 當操作系統載入時, 可能會剩下大約 12k 的 RAM。我來到美國時, 有人發現我可以用組合語言 (assembly) 設計程式, 這讓他們十分佩服。

---

[22] Grigorii Iosifovich Olshanski (1949~), 俄羅斯數學家, 研究表現理論及代數組合學。

[23] Roland Lvovich Dobrushin (1929~1995), 俄羅斯數學家, 對機率論、資訊理論和數學物理有重要貢獻。

[24] Boris Lvovich Feigin (1953~), 俄羅斯數學家, Landau 理論物理研究所研究員, 對代數 K 理論, 循環同調, 李理論, 特別是無限維李代數的上同調、葉狀結構的特徵類、Virasoro 和 Kac-Moody 李代數、迴路群的表現理論、半無限上同調、頂點算子代數、CFT、幾何朗蘭茲綱領、量子群、形變理論、可積系統和代數幾何都有基礎性的貢獻。

曾: 你可以和機器說話。

韓: 有趣的是, 在我開始懂事時, 我們有些德州儀器 TI 圖形計算機。如果你想在那裡編寫簡單的程式, 你可以使用某種 BASIC 語言。但如果你想製作更高階的東西, 比如遊戲等, 你實際上需要使用組合語言。所以我實際上學會了一些組合語言, 這樣我就可以在圖形計算機上做一些遊戲。有趣的是, 這麼多年後, 它又回到了組合語言。

不管怎麼說, 或許在那些年裡, 你被培養成表現理論學家, 但你最終在更廣泛的領域工作。在我的印象中, 這是許多偉大俄羅斯數學家的特徵, 包括你在內。

O: 或許我可以引用 Kirillov 的話。Kirillov 有點像孔子; 孔子更簡潔, 但 Kirillov 說話時幾乎總像《論語》那樣。譬如, 他會說: 就像數學的任何其他重要領域一樣, 表現理論涵蓋了所有數學。[笑聲]。

我記得的另一句話是: 將一個例子一般化, 比專攻一個理論容易得多。[笑聲]。

韓: 是的, 我同意這一點。

O: 另外, 有人會來找他討論一些數學, 他會說:「請從這裡開始你的故事: 你的主要公式是什麼?」

曾: 當年我的指導教授問我的典型問題是: 你的定理是什麼? 這是俄羅斯學派的傳統嗎?

O: 但 Kirillov 更爲具體。對他來說, 定理可能不如公式有趣。你的主要公式是什麼, 然後我們可以開始討論這個。[笑聲]。

韓: 你認爲這是某種俄羅斯數學的風格嗎?

O: 這當然是風格, 是的。人類的思維和偏好, 很大程度上受到成長時期的影響, 這就是爲什麼我們使用「形成 (formative)」這個詞。我在這樣的氛圍中長大, 我喜歡它。例如, 在 Kirillov 的研討會、Gelfand 的研討會, 或者幾乎任何研討會上, 人們打斷演講者是很正常的; 不是以不禮貌的方式打斷, 而只是作爲討論的一部分。也許我就是在這地方養成了替別人回答問題的壞習慣; 因爲在俄羅斯, 有人提出問題時, 回答問題的不一定是演講者, 這是很正常的。

曾: 只是要找出答案, 不拘形式。

O: 是的, 而且就找到答案來說, 沒有人會對最抽象的表述感興趣。每個人都想理解一些具體的東西, 而後依你所願, 或可將它一般化。當時所有的數學都是如此具體, 真是令人讚嘆。好吧, 也許除了 Sasha Beilinson。他是一位非比尋常的數學家, 但要把他說的話投射到其他人的心田裡, 需要一段時間 . . . 。

曾: 莫斯科的學位課程是如何規劃的? 有博士學位, 然後 . . . 。

O: 在這個函授的博士學程, 我一開頭就有了我的論文, 但花了兩年時間才組成博士委員會, 因

爲每個人都不在。俄羅斯的博士委員會是一個相當大的委員會, 大約有二十名成員, 其中至少有一定比例必須出席。

丘: 你當初是否曾想過要留在俄羅斯?

O: 很難說 . . . 。

丘: 像 A. I. Bondal[25] 這樣的人有過一段艱苦的時日, 但最終 . . . 。

O: Bondal 比我年長。那時他已經站穩了腳跟 . . . 。

丘: 我知道, 但我說的是那種心態: 爲了你所描述的科學環境, 我寧願忍受艱苦 . . . 。

O: 但那個舊世界正在分崩離析。例如, 我論文口試時 Kirillov 不在。他在俄羅斯和費城之間往返了一段時間, 而後搬到費城。Sinai 也是如此 . . . 。Sinai 現在年事已高, 他的健康一直是一個嚴重的問題, 但直到最近, 他每年夏天都會回來, 但仍然只在夏天。

丘: 它基本上解體得太快了。

O: 有幾個中心, 其一是 Dobrushin 研究所, 另一個是 Sharafevich[26] 群組。但當時我覺得自己離代數幾何太過遙遠; 十分遺憾, 不知何故我在學生時代從未見過 Sharafevich。如果我做的是其它研究, 留下來也許會有一些意義。但除了 Olshanski 之外, 表現理論學家大半都走了。當然, 這些工作都沒有薪水。

V. A. Ginzburg[27]提供我芝加哥的博士後職位, 我很高興地去了。結果這是一個很好的決定, 因爲我遇到了 Rahul Pandharipande[28], 我遇到了 Sasha Eskin[29], 我遇到了所有這些人。最後一年, 甚至 Beilinson 和 Vladimir Drinfeld[30]也來了。在芝加哥, 我並沒有和他們進行太多的互動, 因爲他們的研討會開始時, 我已經該離開了。

有趣的是, Rahul 是我隔壁的鄰居, 但在芝加哥時, 我們只是表面上互動過。我很喜歡參加 Bill Fulton[31] 的代數幾何研討會。Bill 是一個了不起的人, 十足令人驚嘆。當時他對很多計數 (enumerative) 問題非常感興趣。Rahul 在研討會上非常活躍, 這也就是我對這個主

---

[25] Alexey Igorevich Bondal (1961∼), 俄羅斯數學家, 任職於 the Steklov Institute of Russian Academy of Sciences, 開創了以三角化範疇來取代簇的方法, 促成「導出代數幾何」的早期發展。

[26] Igor Shafarevich (1923∼2017), 俄羅斯數學家, 致力於代數數論及代數幾何。他是蘇聯時期一位重要的異議份子。

[27] Victor Ginzburg (1957∼), 俄羅斯裔美國數學家, 任教於芝加哥大學, 研究幾何表現理論、非交換代數幾何。

[28] Rahul Pandharipande (1969∼), 印度裔美國數學家, 任教於瑞士聯邦理工學院, 研究模空間及相關的計數不變量, 例如 Gromov-Witten 不變量和 Donaldson-Thomas 不變量, 深具開創性。

[29] Alex (Sasha) Eskin (1957∼), 俄羅斯裔美國數學家, 任教於芝加哥大學, 研究局部對稱空間或緊緻黎曼曲面的模空間等幾何空間的動力系統及遍歷理論, 並致力將這些結果應用於數論。

[30] Vladimir Drinfeld (1954∼), 烏克蘭裔美國數學家, 任教於芝加哥大學, 草創 shtukas, 並證明二階函數域上的算術朗蘭茲猜想, 從而在 1990 年獲頒菲爾茲獎。他的研究涵蓋表現理論、數學物理學和量子群論。2018 年獲頒沃爾夫獎 (2018 年), 2023 年獲頒邵逸夫獎。

[31] William Fulton (1939∼), 美國數學家, 研究代數幾何, 出版多本廣受青睞的教科書。

題有所認識的原因。而我們的真正接觸是源自 Spencer Bloch[32]。表現理論中出現的某些 zeta 值和相關數字, 激發了 Spencer 的好奇心。我們寫了一篇關於這一系列問題的論文 (最終解決了 Eskin 試圖解決的一個問題)。某日 Carel Faber[33] 來訪, 並在 Fulton 的研討會上講述了 Hodge 積分。他和 Rahul 剛用伯努利數證明了一些 Hodge 積分的公式。他把這些伯努利數的公式寫在黑板上。Spencer 起身說: 這些數字正是 Andrei 和我在計算中得到的。最終, 我和 Rahul 解釋了這些伯努利數是完整迴圈 (completed cycle) 的常數項, 但這是我倆離開芝加哥之後不久的事。

曾: 這就是 Gromov[34]-Witten[35]/Hurwitz[36]對應 (Gromov-Witten/Hurwitz correspondence) 的緣由?

O: 不是真正的起始點。這只是拼圖的一小碎片。目前還不清楚這些碎片是否真會湊合出連貫的畫面。我的意思是, 伯努利數無處不在。

丘: Todd 類。一定有 Todd 類。

O: 沒錯, 這是 Victor Kac[37]的一句經典名言。他在某些頂點代數計算中觀察到伯努利多項式, 並評論說它一定是 Todd 類。[笑聲]

我第一次真正接觸 Rahul 是因爲他發表了一篇論文, 內容是關於當時推測的 Toda 方程與 Hurwitz 數的牽連。我看了一下, 心想: 好吧, 這是我知道如何處理的事情。[笑聲] 。這就是一切的開端。後來我們意識到: Rahul、Eskin 和我三個人實際上在研究相同的主題, 完整迴圈的故事變得清晰起來。我們最初用較爲組合學的方式思考。最終我們只發表了最有效的構造和應用。只有一篇論文是三人共同掛名 (關於 pillowcase orbifold 的那篇)。後來看到其他人重新發現我們最初的組合構造, 覺得很有趣。

我們的大女兒在莫斯科出生。事實上, 她出生時我還是一名大學生。但是我們的小女兒在芝加哥出生。這也是一個戲劇性的時刻, 因爲有一場巨大的暴風雪。我們的車壞了; 我們必須以某種方式去醫院, 最後決定步行。這非常困難且緩慢, 成堆的雪擋住了我們的路。Inna 已經非常接近分娩了。我們抵達醫院後大約 45 分鐘, Anna 就出生了。就在那之前, 我發現了 Eskin 的電子郵件, 他說他問了系裡的每個人, 問他們可否做某種加總、做某種 Hurwitz

---

[32]Spencer Bloch (1944∼), 美國數學家, 任教於芝加哥大學, 對代數幾何及代數 K 理論有重大貢獻。

[33]Carel Faber (1962∼), 荷蘭數學家, 任教於 Utrecht 大學, 研究代數幾何。

[34]Mikhael Gromov (1943∼), 俄國裔法國數學家, 2009 年獲頒阿貝爾獎。他引入各種幾何物件族的度量結構的創新方法, 從而在一系列數學領域取得巨大發展。

[35]Edward Witten (1951∼), 美國數學物理學家, 1990 年因超弦理論方面的工作獲頒菲爾茲獎。他對 Morse 理論、超對稱性和紐結理論做出重大貢獻, 也探討了量子場論與二維和三維流形微分拓樸之間的關係。他與 Nathan Seiberg 創建了一族偏微分方程, 大大簡化了 Simon Donaldson 的四維流形分類法。

[36]Adolf Hurwitz (1859∼1919), 德國數學家, 研究黎曼曲面的虧格, 並研究如何從模方程式中導出類數關係。

[37]Victor Kac (1943∼), 出生於俄國的美國數學家, 任教於麻省理工學院, 研究表現理論。他在 Kac-Moody 代數和李超代數方面的工作, 對數學物理有深遠影響。

問題, 但沒有人能做。事情就是這樣開始的 . . . 。當我們從醫院回到家時, 我回信解釋說, 我們與 Spencer Bloch 的論文解決了這個問題。

曾: 我一直都知道你很早就生兒育女, 但我不知道是這麼早。

O: 在俄羅斯, 這很正常。

李: 現在還是這樣嗎?

O: 必須看看數字, 但我沒數字。

曾: 我認爲如果你分享你如何經營工作和生活的經驗, 特別是家庭生活方面, 對年輕一代會很有幫助。我有幸或不幸, 取決於我如何看待它; 自己養育孩子, 你知道的, 換尿布和其它事情; 當時我已經有一份穩定的工作, 但我無法想像自己讀大學時會做這些事情。即使對於研究生來說, 這也是不可能的。當然元斌做到了。

丘: 你需要很幸運, 有一個真正支援你的妻子。

O: 嗯, 在我們家, 我被認爲是全職爸爸。[笑聲]。我們當然獲得了很多祖父母的支援。我們的大女兒 92 年出生時, 正值經濟完全崩潰的時期。俄羅斯的爺爺奶奶非常積極地參與, 幫忙撫養孫子孫女, 這是很正常的, 在臺灣一定也是這樣。

曾: 你搬到芝加哥後, 第二個女兒出生時, 你倆就要靠自己了?

O: 當然, 受限於祖父母有時有自己的生活等等。但當時經濟形勢非常糟糕, 兩位祖母都辭掉了工作, 因爲那些工作沒給薪資。她們成爲全職祖母。在簽證允許的情況下, 她們也非常樂意來芝加哥拜訪我們。而且我們的出身背景, 期望我們在家裡做很多事情。舉例來說, 論文口試時, 我的左臂纏著綳帶。沒有人質問什麼。事情的起因是我們沒有洗衣機, 也沒有一次性尿布, 所以不得不用老式的方式。部分程序是這樣的: 在爐子上放一個大桶, 讓尿布在那裡煮沸。在倒這個大桶時, 我的手被燙傷了, 所以纏著綳帶。我們來到美國時 , 就有了一次性尿布 . . . 。

[衆笑]

丘: 我很清楚你在說什麼。

O: 是的, 沒錯。還有什麼比這更容易的呢? 我通常還會做其他事情, 例如: 我們家人覺得四處潔淨是一項偉大的美德, 所以在尿布煮沸後, 我還會熨燙它們。

做完熨燙, 早上 5 點起床, 我就背著一個大背包, 在食品店開門的時候, 去莫斯科找點吃的。到了芝加哥, 有了超市, 裡面有食物。任務不同了, 突然變得如此簡單; 傻瓜都可以做到 —— 你只需要去那裡。

曾: 在撫養孩子的同時, 你仍然可以做好數學, 這是非常勵志的。

O: 我認爲真是如此。

曾: 是的, 老實說, 我一度擔心這是實情, 但結果還不錯。

O: 趁年輕時生孩子, 有著諸多好處; 祖父母也還年輕。我們的大女兒出生時, 我的父母五十出頭, 正活力充沛。
是的, 現在我整天坐著, 盯著一張可憐的紙, 想著: 我年輕的時候是怎麼達成那麼多成就的? 青春是值得讚許的。

李: 問題清單上的一個問題是: 是否有特別的書啟發了你。主要是數學書, 但不限任何領域。

O: 我真的很喜歡看書。我很幸運, 可以買到很多好書, 而且它們價格低廉。我之前提過 Zorich 的微積分書, 以及我最喜歡的線性代數書。關於一般的代數, 不一定是線性的, 很難想像有能好過 Shafarevich 的《*Basic concepts of algebra* (代數的基本概念)》[38] 的書; 它在綠色封皮的 VINITI 數學百科全書中, 是代數系列的第一卷。英譯本是在黃色封皮的 Springer 叢書, 價格貴得離譜 (俄文原版現在在 mathnet.ru 上免費)。同一書系有許多其他作家的偉大作品。很顯然地, 我特別仔細地閱讀了這個系列中 Kirillov 和 Vinberg 的著作。我認爲它們是對李理論和表現理論的最佳闡述。有趣的是, 一些書系有時會在多個作者和主題之間共享某些傑出的特點。我提過 Kvant 庫。VINITI 百科全書是另一個很好的例子。
俄羅斯之外, 我真得很喜歡日文翻譯過來的岩波系列, 尤其是加藤 (Kato)[39] 等人的數論書籍[40]。所有這些系列共有的一個特徵, 是它們非常簡潔。顯然, 作者不僅對這個主題進行了大量思考, 而且對如何以最直接的方式呈現其本質, 也極費心思。在任何系列之外, Arnold 的每本著作都是非常有趣的讀物。我不確定現在這有多相關, 但我非常喜歡閱讀許多經典的電腦科學書籍, 包括高效演算法、資料結構等。也許這就是我對組合學產生強烈興趣的原因。藉由閱讀 Stanley[41] 的《*Enumerative combinatorics* (計數組合學)》[42], 我的興趣被帶到了另一個層次。我可以很容易地繼續羅列下去。回到教科書上來, 我相信 Zorich 的書在中國非常受歡迎。

---

[38] I. R. Shafarevich, *Basic concepts of algebra, Algebra* − 1, Itogi Nauki i Tekhniki. Ser. Sovrem. Probl. Mat. Fund. Napr., 11, VINITI, Moscow, 1986; Basic Notions of Algebra, Berlin: Springer, 2005.

[39] Kazuya Kato (加藤和也, 1952∼), 日本數學家, 任教於芝加哥大學, 研究數論和算術幾何。

[40] Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, Takeshi Saitō, Number Theory I: Fermat's Dream, II: Introduction To Classical Field Theory, III: Iwanami series in modern mathematics, American Mathematical Society, Translations of mathematical monographs, Iwanami Series in Modern Mathematics, vol. 186, 240, 242; 2000, 2011, 2012.

[41] Richard Peter Stanley (1944∼), 美國數學家, 任教於麻省理工學院, 研究組合學。

[42] Richard P. Stanley, *Enumerative Combinatorics*, vol. I, 1st edition, Wadsworth & Brooks/Cole, 1986, 2nd edition, Cambridge University Press, 1997; vol. II, Cambridge University Press, 1999.

李: 台灣常用的微積分書是 Courant[43] 和 John[44] 寫的。

曾: 我也用過。

O: 德國的傳統不同, 但也很有趣。我真的很喜歡許多德國古典書籍, 譬如 Hurwitz 及 Courant 的函數理論 (function theory)[45]。我喜歡它們, 而且許多都被翻譯了。你們在這裡用英語閱讀還是 ...?

李: 是的, 書都是英文的。我們用中文授課, 但特殊的數學術語是用英文。

O: 原來如此。

曾: 是的。像「scheme」那樣, 我們沒有 scheme 的中文名稱。

丘: 是的。下樓時, 我注意到有人正在用中文講課, 同時用英文在黑板上寫字。一個人怎麼能做到這樣? 這在我看來似乎很奇怪。譬如,「Let F inside E be a field extension」, 這是我在黑板上看到的; 我聽到那人寫字時用中文講。

韓: 一個隨機的問題。你提到有時你整天盯著論文, 感到挫折。一般來說, 當你在數學上陷入困境時, 你的態度是什麼? 是沮喪, 還是您認爲「這很正常」? 不同的人似乎有非常不同的態度。

O: 有兩個答案。首先, 非常幸運的是, 我工作時如果遇到困難, 可以嘗試計算些例子。事實上, 你可以非常系統地編寫程式來真正探索示例。每當我有一個編程項目時, 我總是會從編程本身中學到一些東西, 而且明顯地從獲得的資料學到一些東西。我十分鼓勵人們花更多的時間做例子, 做具體的計算。再次引用 Kirillov 的話, 他說: 只有新型態的數學家會在一天開始時試圖證明一個定理。而古典的數學家則會從進行計算開始。

曾: 我認爲這是真的。就我自己而言, 年紀越大, 感興趣的例子就越基本、具體。比如說, 我知道你很擅長游泳。

O: 不, 這是我最近才開始做的事情, 只是因爲 ... 。

曾: 你訪問我們 (俄亥俄州立大學) 時, 游泳池給你留下了深刻的印象。

O: 是的, 但是 ... 。

曾: 但那是很久以前的事了。

O: 是的。但那是 ... 。

---

[43]Richard Courant(1888~1972), 德裔美國數學家, 對有限元素數值計算及最小曲面理論有重要貢獻。1935 年在紐約大學創立數學系, 該系所約在 1958 年更名爲以他名字命名的研究所 Courant Institute of Mathematical Sciences。

[44]Fritz John (1910~1994), 德裔美國數學家, 致力於研究偏微分方程和 ill-posed 問題。

[45]A. Hurwitz and R. Courant, *Funktionentheorie*, 1st edition, 1922; 2nd edition, 1925; 3rd edition, 1929; 4th edition, Springer Verlag, Berlin-Gottingen-Heidelberg-New York, 1964.

曾: 我只是好奇: 游泳是否能幫助你克服一些事情。

O: 我還是不擅長游泳。我試著猜測你下一個問題的方向來講這件事。我認為, 計算一個例子是一回事, 而讓它在你的腦海中停留一段時間, 是另一件重要的事。我的意思是, 我們的頭腦是這樣運作的。一個想法真正落入鑰匙孔之前, 必須以許多不同的方式旋轉。這些年來, 對我來說最好的事情是獨自去投籃。這真的很好。這種活動確實有利於思考。騎自行車是可以的, 但是騎自行車時, 你必須以某種方式更加注意周圍的環境, 特別是當路上有汽車或行人時。說到游泳, 遺憾的是, 我不知道我是否能練到某種地步, 能夠在游泳時思考其他事情。

曾: 我問這個問題的原因是因為我記得讀過一些 ...

O: 你們真是驚人 ...

曾: 籃球場。

O: 是的。它們的數量和質量無疑令人驚歎。我父親曾是一名職業運動員。他主要是一名田徑運動員, 但也打籃球。特別的是, 他為他的哈薩克共和國隊效力。所以我一定要寄給他一張你們籃球設施的照片。

曾: 好的。我來拍一張。

O: 是的。這真是太神奇了。

曾: 是的, 我記得讀過 Vladimir Arnold 的一些訪談稿。他說過這樣的話: 如果我遇到困難, 我會穿上滑雪板, 出去越野, 然後過一會兒, 問題解決了。這有點像某種不同的, 可能是身體的或者其它的活動, 可以幫助你思考。這就是為什麼我問你有沒有這樣的活動。

O: 一般來說, 任何一種能給你的大腦帶來氧氣的活動都是好的。

曾: 對的。

O: 的確, 在數學研究及一般人類生活, 潛意識所在多有。潛意識起著作用, 因此你必須讓你的潛意識以及意識, 以某種方式相互作用一段時間, 而運動或戶外活動可以很好地做到這一點。每個人的身體健康程度各不相同。有人想出去散步, 有人想去飛行滑翔傘。Arnold 身體很好。這實際上是相當典型的。有很多俄羅斯數學家非常擅長挑戰戶外活動, 比如登山運動。他們會去真正具有挑戰性的地方。還有 Kirillov, 他非常擅長跳水、排球和許多其他事情。

他沒有讓我們在研討會潛水。但我們會去打排球。Sinai 的研討會會去踢足球。我不確定 Arnold 的研討會做了什麼。Kolmogorov 經常帶他的學生滑雪。也許這就是 Arnold 開始滑雪的原因, 我不清楚。但是滑雪是件好事。我的意思是, 當然, 只要它是越野的。

韓: 藉著打籃球和計算例子, 你已能避免卡關, 或者你仍然會不時卡關?

O: 我仍然被很多問題困住。沒關係。

L: 你是否發現自己在多個計劃之間徘徊, 而你被困在第一個計畫中 . . . 。

曾: 哦, 是的, 這就像工作態度一樣, 對吧?

O: 在我年輕的時候, 這是可能的。但現在, 我只是像是 . . . 。

丘: 現在真的有困擾你的問題嗎? 你真的想 . . . 。像是你不能把注意力從它們身上移開?

O: 當然。但不知怎的, 感覺上, 如果我現在把一個問題放在一邊, 那麼我就會忘記大半關於這個問題的一切所知。這很煩人。我需要更完善地安排我的工作, 在我忘記之前寫下更多的東西。

韓: 是的, 這也是我真正喜歡寫論文的一個原因。我會在一兩年後忘光, 而後我會回頭重新閱讀自己的論文, 看看事情該怎麼進行, 否則, 我必須從頭開始重新構建一切。

O: 是的, 但數學不知何故總是變得更加複雜。它永遠不會變得更容易, 對吧? 所以, 你感覺像是在某種複雜的建築裡, 此處有某種死胡同, 別處又有某種死胡同, 你莫名所以, 但也許會有某種希望。

丘: 是的, 最煩人是當你再次犯下同樣的錯誤時, 譬如相隔 4 年後。

O: 關鍵是以日後可以重現的方式, 記錄下當時了然於心的感覺。我不清楚這要如何做到, 因爲那種理解感是發生在某個時間點。

曾: 是的, 就我個人而言, 我試著在論文中寫入過多的細節, 這樣可以幫助我事後記住一些東西, 但這可能無助於論文的可讀性。

丘: 你應該記下你計算過的東西, 以及你實際上沒有寫在論文上的東西, 但是 . . . 。

O: 是的。但這有點困難 ······ 非常煩人的是, 許多筆記都被特定平台束縛住。我的意思是, 如果我寫一篇 TeX筆記, 那倒也沒什麼問題。我或許可以透過 Mac 內部搜尋到它。其它的就太煩人了, 東西被鎖在特定的平台上。例如, 我在 Windows 日誌檔案裡爲自己寫了很多東西, 但一些人正好決定要淘汰這個軟體。當時沒有轉成 PDF 格式, 所以現在不知道怎麼打開文件。

丘: Bumsig (Kim)[46] 習慣寫下這些, 而後掃描它們, 再經由電子郵件發送給我。但現在, 遺憾的是, 我不再擁有這種資源了 . . . 。是的, 他曾經非常擅長記錄他在想什麼, 我們的討論 . . ., 即使這些筆記永遠不會成爲成品, 但是很容易回頭找到。

韓: 對各種不同的人, 寫作會帶來不同程度的痛苦。對某些人來說, 將結果寫成實際論文的過程,

[46]Bumsig Kim (1968∼2021), 南韓數學家, 生前任職於韓國高級研究所 (KIAS), 研究鏡像對稱 (mirror symmetry) 等代數幾何及數學物理問題。

是他們很不喜歡的。而對於另外一些人來說, 這實際上可能是令人愉快的。對我來說, 寫作綜合了這兩方面。但寫作強迫自己思考, 這面向我確實喜歡, 就此而言, 寫作是一個很好的過程。寫論文給你何種感受?

O: 一如既往, 大部分時間我們都在做自己不了解的事情。數學的某些部分, 我認爲自己有一定的熟悉度, 有一定的熟練程度。它們或許構成論證的核心部分, 也是我認爲很容易寫的部分。但還有一些來自其它數學領域的輔助陳述, 要正確地理解這些陳述可能是相當痛苦的。這是你沒有考慮清楚的事情, 然後你嘗試模仿某人的論點, 或者只是使用某人的結果, 並嘗試確保自己確實做得正確。這可能非常令人沮喪。不幸的是, 很多時候, 大部分工作都集中在這上面, 而不是核心內容。你有這樣的經驗嗎?

丘: 有點, 但如果我不覺得我不理解事情的內涵, 我寧願什麼都不寫。

O: 是的, 但有時你需要一些東西。我可以在其他人身上看到這種情況。我和 Rahul 一起寫那篇論文, 裡面有些隨機樹 (random tree)。這種機率論的東西對我來說顯而易見, 但我清楚知道 Rahul 更想在論文中闡明非常詳細的論述。
同樣地, 更多的時候, 我接受了一些東西。譬如某人的某些結果, 我想以某種方式正確使用, 或者 ...。

丘: 實際上, 藉著閱讀你爲學生做的講義, 我學到了很多關於 quaimap 的知識。因爲你實際上做了些例子, 也做了我未曾親自做過的誠實計算。所以, 我 ... [Okounkov 笑] 不, 我實際上是認真的。有時候我有個學生試圖做某些事, 我會說: 不要讀我的論文, 去讀 Andrei 的講義, 因爲那是做事的正確方式。

O: 喔, 謝謝。我真的很榮幸、很高興聽你這麼說。

曾: 講到學生, 我有點好奇, 有些人如此受歡迎, 能設下選擇研究生、成爲他們的指導教授等等的標準。你持什麼態度?

O: 沒有, 我從來沒有企及那種地位。但是, 這是 ...。

丘: 實際上, 你在哥倫比亞大學的學生比在普林斯頓大學多, 對吧?

O: 嗯, 當然。因爲在普林斯頓, 競爭實在是太激烈了。我在普林斯頓整段期間, 基本上只有兩個半學生。如果我是普林斯頓大學的學生, 我肯定會和 Rahul 一起做研究, 不會和我做。

曾: 那些對表現理論感興趣的人, 他們不會 ...。

O: 這取決於人們所謂的「表現理論」是什麼含意。在 Kirillov 的研討會上, 表現理論意味著你要回答實際的表現問題, 通常相當具體。Olshansky 對漸近問題特別感興趣, 例如, 當群變得越來越大時, 隨著 n 增長到無窮大, 人們可以研究酉群 $\mathrm{U}(n)$。在美國, 當時並不存在

這些, 現在則可能被視爲機率論的一部分, 類似於隨機矩陣。現在, 有活躍的研究群, 在麻省理工學院以 Borodin[47]爲核心、在哥倫比亞大學以 Corwin[48]爲核心, 其它地方也有一些。但當時在普林斯頓, 學生們對此並不真正感興趣。還有其它不同種類的表現理論。

丘: 朗蘭茲 (Langlands) ⋯ 。

O: 是的, 特別是, 它們與實群和 p 進群 (p-adic group) 的酉表現、譜分解 (spectral decomposition) 等相關。如果你想做的是這些, Peter Sarnak[49]或像他這樣的人, 是比較合適的指導教授。我對普林斯頓大學的同事和學生非常滿意, 但我理所當然地深深籠罩在 Peter Sarnak、Andrew Wiles[50]、Janos Kollars[51]、Rahull Pandharipande 等人的陰影下。

曾: 我很好奇, 之後有了菲爾茲獎, 是否改變了什麼? 在吸引學生方面?

O: 我不確定它有助益。我想, 如果有的話, 也許它可以嚇跑人。

李: 它如何以某種方式改變你的數學或你的生活?

O: 嗯, 這要看情況。

李: 例如, 你必定被要求參加更多的委員會。

O: 人生的任何事大家都會有不同的態度。也許就我自己而言, 我試圖以某種方式平衡事情。我確實承擔了很多行政責任。也許最重要的是, 聖彼得堡 ICM 的龐大工作量。大約每天 24 小時工作了 6 年。而且成效甚微, 也許還徒勞無功。好吧, 也許別再提了。

我告訴我的學生: 雖然數學是一門抽象學科, 但數學存在於社會內, 所以數學界的某個人必須與社會溝通, 必須建立一個研究所、提供資金等等, 好確保數學系運作, 確保學生得到照顧。一個人大可一走了之, 只專注於數學, 不擔心別人, 因爲人可能不如數學那麼美好 . . . 。但總得有人去做。我知道自己應該承擔的責任, 也喜歡那份工作。有些人把這種態度提升到一個新的水平, 而有些人或許完全忽略它。某些部分的 ICM 工作, 我很喜歡, 譬如設計網頁、紀念品等等。

韓: 獲頒這種獎後, 我想你可能會感受到一些對未來期望的壓力。有這樣的事情嗎? 或者你忘記這些, 只是工作?

O: 很難釐清。當然, 對我來說有幫助的是 . . . 。好吧, 他們給了我這個獎, 好吧, 也許引文中有一些單獨作者的論文。但實際上, 這個獎無疑是頒給一大群人共同完成的數學工作。他們

---

[47]Alexei Borodin (1975∼), 烏克蘭數學家, 任教於麻省理工學院, 研究漸進表現理論。

[48]Ivan Corwin (1984∼), 美國數學家, 任教於哥倫比亞大學, 研究機率論、數學物理及精確可解系統。

[49]Peter Sarnak (1953∼), 南非出生的美國數學家, 任教於普林斯頓大學, 研究解析數論, 曾與 Alex Lubotzky 和 Ralph Phillips 合作引介 Ramanujan 圖, 推動了理論電腦科學、微分幾何、代數群和有限群的進步。他曾獲頒 Wolf 獎。

[50]Andrew Wiles (1953∼), 英國數學家, 任教於牛津大學, 1995 年證明費馬大定理, 曾獲頒 Wolf 獎及 Abel 獎。

[51]Janos Kollars (1956∼), 匈牙利數學家, 普林斯頓大學教授, 研究代數幾何, 特別是簇的模空間、有理連通簇及最小模型程序。

把獎頒給了一個人, 有人決定那個人是我, 但那個人也可能是 Nikita[52], 也可能是 Rahul ...。我猜 Rick[53]太老了, 也許 Eskin 也太老了, Davesh[54]太年輕了, 所以, 好吧, ... 。

韓: 這樣想很有幫助。

O: 我不僅僅是這樣想, 我始終試圖表達這一點。我剛好很幸運能以某種方式遇到所有這些人, 他們確實豐富了我, 豐富了我對數學的理解。

曾: 在你獲得的結果中, 目前有什麼最喜愛的嗎?

O: 我不知道。

曾: 沒關係。

O: 這我不清楚。但我知道哪一個是被引用最多的。

曾: 我不知道是哪一個。

O: 是關於「body」的。

曾: Okounkov body?

O: 是的, 就是這個。

韓: 正如我們所說, 數學是如此之浩瀚, 有這麼多的領域。你如何決定要往哪個方向走, 或者要解決什麼問題?

O: 我不知道。我認爲數學是一種探索發現, 你只需遵循線索即可。真正有幫助的是你可以與其他人互動, 並且向他們學習。你可能會有這樣的「頓悟」時刻, 你會突然看到解決方案就在眼前。這就是爲什麼人們需要數學研究所, 以及其它將人們聚集在一起的組織。早些時候, 我稍早講過 Rahul 和我的故事, 說道我們如何透過伯努利數的偶然巧合獲得一些發現。另一個例子是我最近和 Kazhdan[55]一起做的工作。我在 Kazhdan 的研討會上透過 Zoom 講課, 內容涉及橢圓包絡 (elliptic envelopes) 以及它們如何幫你獲得 Knizhnik-Zamolodchikov (KZ) 方程式的積分解。迄今 KZ 方程式是數學物理的一個經典領域, 引起了許多人的興趣。

人們首先在共形場論中發現了它們, 而後在共形場論的可積變形中再度發現它們。當然, 理論本身是完全非線性的, 但有趣的量可以解決重要的多變數線性微分或差分方程式。有一種有點出乎意料的幾何方法, 可以寫出這些問題的積分解; 我在 Kazhdan 的研討會上討論過

[52]Nikita Alexandrovich Nekrasov (1973∼), 俄羅斯數學家, 任教於紐約石溪大學的 Simons 幾何與物理中心及楊振寧理論物理研究所, 研究規範理論及弦理論的聯繫。

[53]Richard W. Kenyon (1964∼), 美國數學家, 任教於耶魯大學, 研究統計力學及幾何機率論。

[54]Davesh Maulik, 任教於麻省理工學院, 研究代數幾何及其與辛幾何、數學物理和組合數學的聯繫。

[55]David Kazhdan (1946∼), 出生於俄羅斯的以色列數學家, 任教於耶路撒冷的希伯來大學, 對表現理論和組合學有傑出貢獻。

它。而且, 不知何故, Kazhdan 的直覺引導他提出了以下問題: 如果我們有一種幾何方法來處理這些積分, 也許我們可以處理出現在愛因斯坦級數 (Eisenstein series) 譜分解中的, 看起來有些相似的積分。當然, 他是對的。在進入這個課題之前, 我從未想過我會做任何類型的自守形式 (automorphic form)。

曾: 所以, 你會鼓勵年輕人不要太羞怯, 要與人交談, 走出舒適區, 參加未必是研究主題的研討會?

O: 肯定如此, 而且事實上, 這必須是雙向的。我認爲對所有數學事物感到好奇是件好事; 反過來說, 如果你要進行公開演講, 你應該嘗試真正解釋這些材料。在我的研討會上, 我總是鼓勵演講者專注於一個關鍵想法, 並盡可能去除這個想法的包裝。首先用最簡單的例子來解釋它, 然後也許用一個稍微更進階的例子來解釋。不要從最籠統的陳述開始。簡單的例子通常會引起人們的共鳴, 並有助於將看似不同的數學領域聯繫起來。例如, 在我們與 Kazhdan 的合作中, 基本的聯繫所在, 是存在某種透過留數 (residue) 計算積分的幾何替代方案。這可以用非常簡單的例子來解釋, 而不會因爲實際感興趣的積分而讓人望而卻步。嘿, 伯努利數 ⋯。

丘: 這是 Todd 類 ... 。

O: Todd 類, 是的, 沒錯。

—本文訪問者李元斌、丘有納 Ionut Ciocan-Fontanine、韓善瑜 Adeel Khan 任職於中研院數學所、曾祥華任教於俄亥俄州立大學—